

Loi de Bernoulli

Cours de sciences physiques - niveau Terminale

Quand on pince l'extrémité d'un tuyau d'arrosage, le jet part plus vite et plus loin ; un avion décolle parce que l'air s'écoule plus vite au-dessus de l'aile. Ces effets, souvent contre-intuitifs, sont décrits par la **loi de Bernoulli**, qui relie pression, vitesse et altitude dans un fluide en écoulement. Ce cours part de la conservation du débit pour aboutir à la formule de Torricelli, avec des calculs en unités du SI.

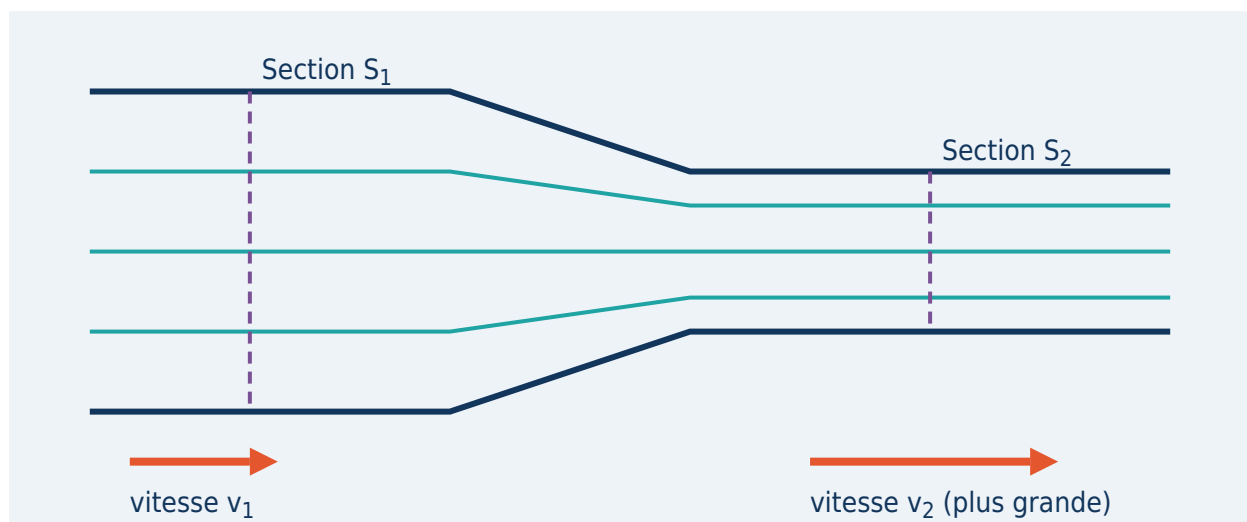
Ce cours est à **télécharger en PDF et à imprimer gratuitement** : le bouton se trouve en bas de la page, sans inscription.

Décrire l'écoulement d'un fluide

Dans un écoulement, chaque petit volume de fluide possède une vitesse en chaque point. On suit son trajet par des **lignes de courant** : courbes tangentes en chaque point au vecteur vitesse. Un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé forme un **tube de courant**.

DÉFINITION

Un écoulement est **permanent** si la vitesse en chaque point ne dépend pas du temps. Un fluide est **incompressible** si sa masse volumique reste constante (c'est le cas des liquides). Un fluide est **parfait** si l'on néglige sa viscosité, c'est-à-dire les frottements internes.



Dans un tube de courant qui se rétrécit, les lignes de courant se resserrent et la vitesse augmente.

Le débit volumique et sa conservation

FORMULE À RETENIR

$$D_v = V \div \Delta t = S \times v$$

D_v : débit volumique en m^3/s ($1 \text{ L/s} = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$) ; V : volume écoulé en m^3 pendant Δt en s ; S : aire de la section en m^2 ; v : vitesse moyenne en m/s .

Pour un fluide incompressible en écoulement permanent, le volume qui entre dans un tube de courant par une section sort par l'autre dans le même temps : le débit est le même dans toutes les sections.

PROPRIÉTÉ

Conservation du débit : $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Là où la section diminue, la vitesse augmente dans la même proportion.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Une conduite de diamètre $d_1 = 20 \text{ mm}$ transporte de l'eau à $v_1 = 2,0 \text{ m/s}$, puis se rétrécit à $d_2 = 12 \text{ mm}$. Débit : $D_v = \pi (0,010)^2 \times 2,0 \approx 6,3 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,63 \text{ L/s}$.
Vitesse dans le rétrécissement : $v_2 = v_1 \times (d_1 \div d_2)^2 = 2,0 \times (20 \div 12)^2 \approx \mathbf{5,6 \text{ m/s}}$.

La loi de Bernoulli

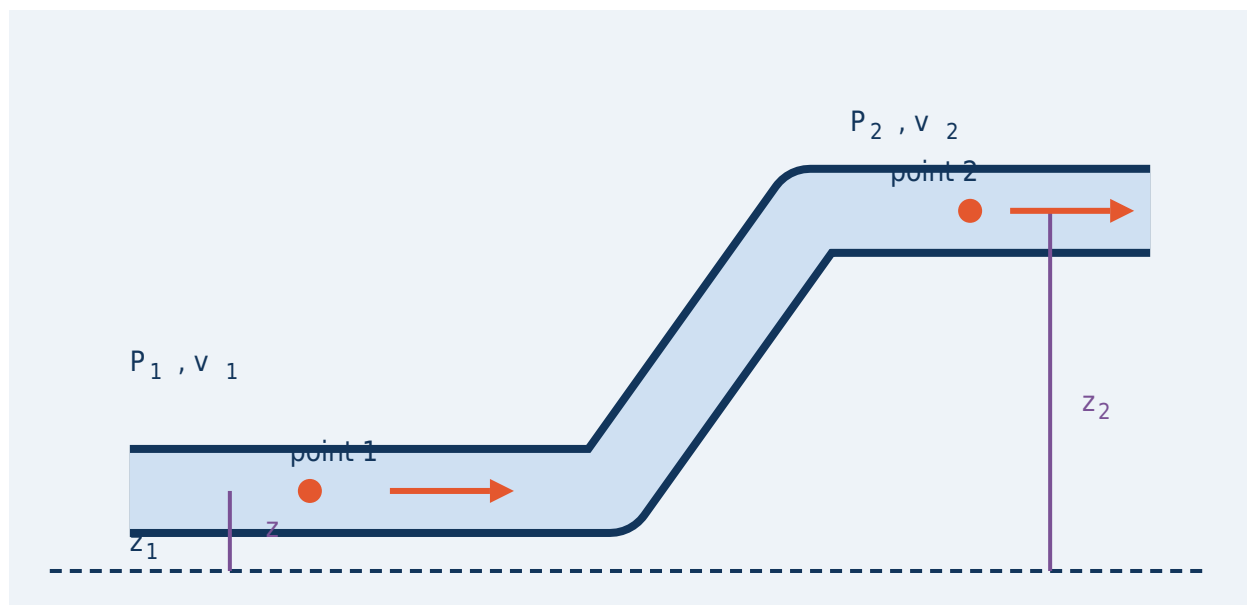
Pour un fluide **parfait** et **incompressible** en écoulement **permanent**, la loi de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie par unité de volume le long d'une ligne de courant.

LOI DE BERNOULLI

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante}$$

P : pression (Pa) ; $\frac{1}{2} \rho v^2$: pression dynamique (Pa) ; $\rho g z$: pression de pesanteur (Pa) ; ρ en kg/m^3 , v en m/s , $g = 9,81 \text{ N/kg}$, z altitude en m (axe orienté vers le haut). La constante est la même pour tous les points d'une même ligne de courant.

Entre deux points 1 et 2 d'une même ligne de courant : $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$. Chaque terme est homogène à une pression : $1 \text{ kg/m}^3 \times (\text{m/s})^2 = 1 \text{ N/m}^2$.



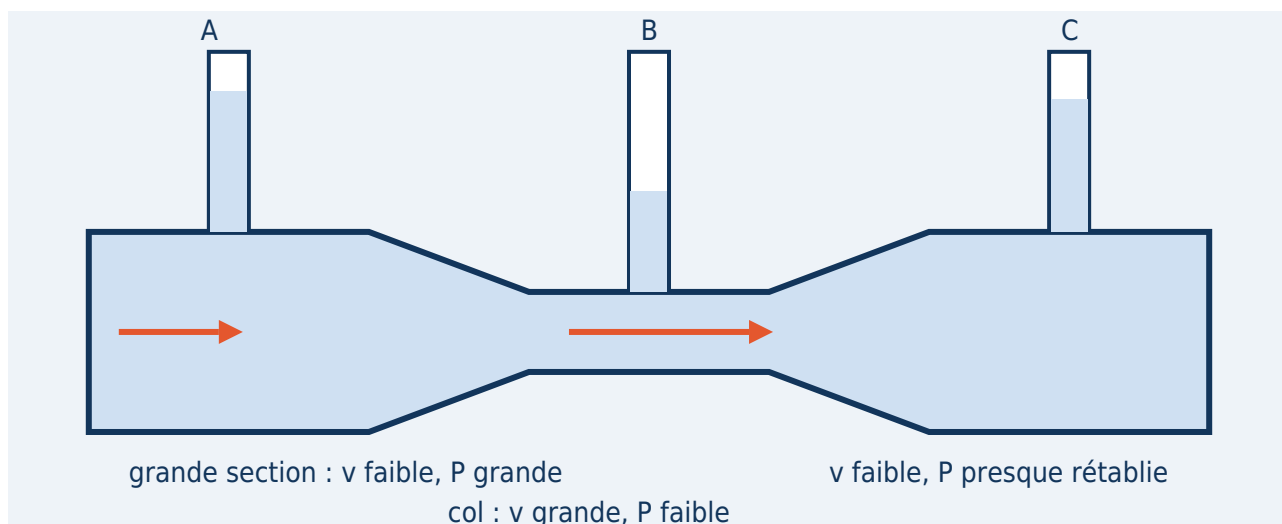
Deux points d'une même ligne de courant : la loi de Bernoulli relie P , v et z en 1 et en 2.

CAS PARTICULIER

Pour un fluide au **repos** ($v = 0$ partout), la loi devient $P + \rho g z = \text{constante}$, c'est-à-dire $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$: on retrouve la relation fondamentale de la statique des fluides.

L'effet Venturi

Dans une conduite horizontale ($z_1 = z_2$), la loi donne $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$. Si la section se rétrécit, $v_2 > v_1$: la pression **diminue** dans le rétrécissement. C'est l'**effet Venturi**.



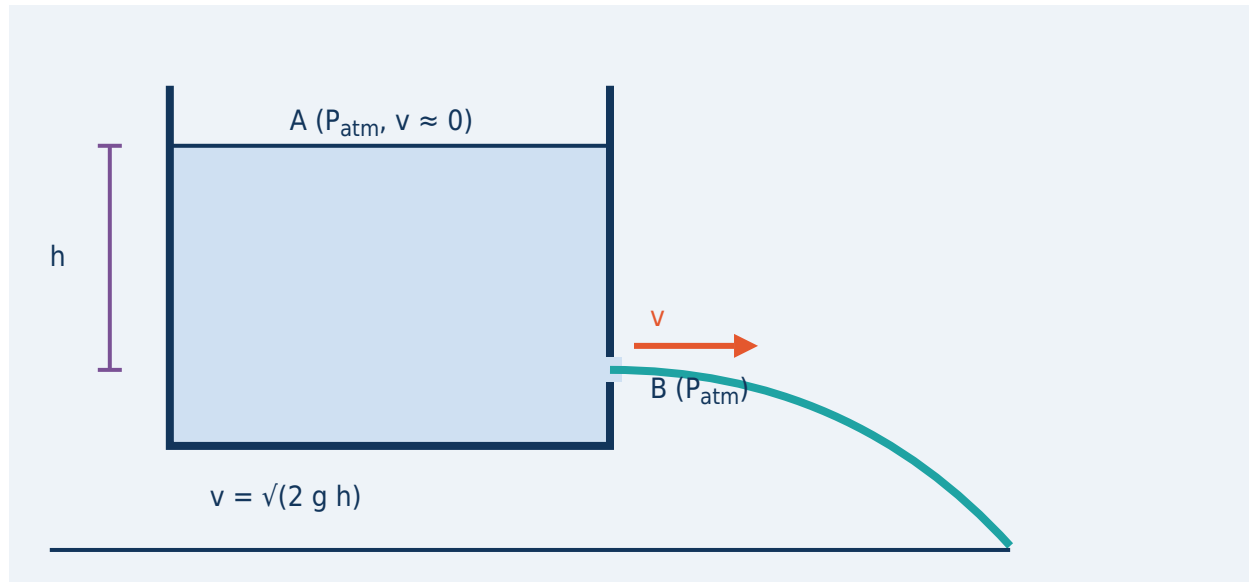
Le niveau du liquide dans les tubes manométriques mesure la pression : il baisse au col du tube de Venturi.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Reprenons l'eau de l'exemple précédent ($\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) : $v_1 = 2,0 \text{ m/s}$ et $v_2 = 5,56 \text{ m/s}$. $P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \times 1,00 \times 10^3 \times (5,56^2 - 2,0^2) \approx \mathbf{1,3 \times 10^4 \text{ Pa}}$.

La formule de Torricelli

Un grand réservoir ouvert, rempli d'un liquide jusqu'à une hauteur h au-dessus d'un petit orifice, se vide en laissant sortir un jet. Appliquons la loi entre la surface libre A et l'orifice B. Pour les deux points, la pression est P_{atm} ; la surface baisse très lentement, donc $v_A \approx 0$. Alors $P_{\text{atm}} + \rho g z_A = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$.



Le liquide sort de l'orifice avec la vitesse qu'il aurait en chute libre d'une hauteur h .

FORMULE DE TORRICELLI

$$v_B = \sqrt{2 g h}$$

v en m/s, $g = 9,81 \text{ N/kg}$, $h = z_A - z_B$ en m. La vitesse ne dépend pas de la masse volumique du liquide.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Orifice situé $h = 1,25 \text{ m}$ sous la surface : $v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,25} = \sqrt{24,5} \approx \mathbf{4,95 \text{ m/s}}$.
Pour un orifice de section $s = 1,0 \text{ cm}^2$, le débit vaut $D_v = s v = 1,0 \times 10^{-4} \times 4,95 \approx 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,50 \text{ L/s}$.

Limites du modèle et applications

La loi de Bernoulli est un modèle. Elle néglige la **viscosité** : dans une conduite réelle, une partie de l'énergie est dissipée et la pression baisse le long du tuyau (perte de charge). Elle suppose un écoulement permanent et non turbulent. Elle s'applique le long d'une même ligne de courant, sans pompe ni turbine entre les deux points.

Applications : le **tube de Pitot** mesure la vitesse d'un avion par la différence entre pression totale et pression statique ($\frac{1}{2} \rho v^2$) ; le **pulvérisateur** aspire un liquide grâce à la

dépression créée par l'air rapide ; la **portance** d'une aile vient d'une pression plus faible sur l'extrados, où l'air va plus vite ; la **vidange** d'un réservoir suit la formule de Torricelli.

ERREUR FRÉQUENTE

Il ne suffit pas de dire « vitesse grande, donc pression faible » : cela suppose une même altitude et une ligne de courant commune. Ne confonds pas non plus le débit D_v (m^3/s) avec la vitesse v (m/s), et pense à convertir les diamètres en rayons et en mètres avant de calculer S .

L'essentiel à retenir

- Débit volumique : $D_v = S \times v$ en m^3/s ; pour un fluide incompressible, $S_1 v_1 = S_2 v_2$.
- Loi de Bernoulli (fluide parfait, incompressible, écoulement permanent, même ligne de courant) : $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante}$.
- À altitude égale, une vitesse plus grande correspond à une pression plus faible (effet Venturi).
- Formule de Torricelli : $v = \sqrt{2 g h}$ pour un orifice à la profondeur h d'un grand réservoir ouvert.
- Pour un fluide au repos, on retrouve la relation fondamentale de la statique des fluides.
- La viscosité est négligée : les résultats sont des valeurs idéales, souvent un peu supérieures à la réalité.