

Satellites et lois de Kepler

Cours de sciences physiques - niveau Terminale

*La Lune tourne autour de la Terre en 27 jours, la station spatiale internationale en 93 minutes, et un satellite de télévision semble immobile au-dessus de l'équateur : trois mouvements très différents, une seule explication, la gravitation. Ce chapitre sur les **satellites et les lois de Kepler** montre comment la deuxième loi de Newton prédit la vitesse, la période et l'altitude d'une orbite.*

Ce cours est à **télécharger en PDF et à imprimer gratuitement** : le bouton se trouve en bas de la page, sans inscription.

Satellites et lois de Kepler : l'interaction gravitationnelle

Deux corps à répartition sphérique de masse, de masses m_A et m_B et dont les centres sont distants de r , s'attirent mutuellement. Cette interaction à distance est toujours attractive.

LOI DE GRAVITATION UNIVERSELLE

$$F = G \times m_A \times m_B \div r^2$$

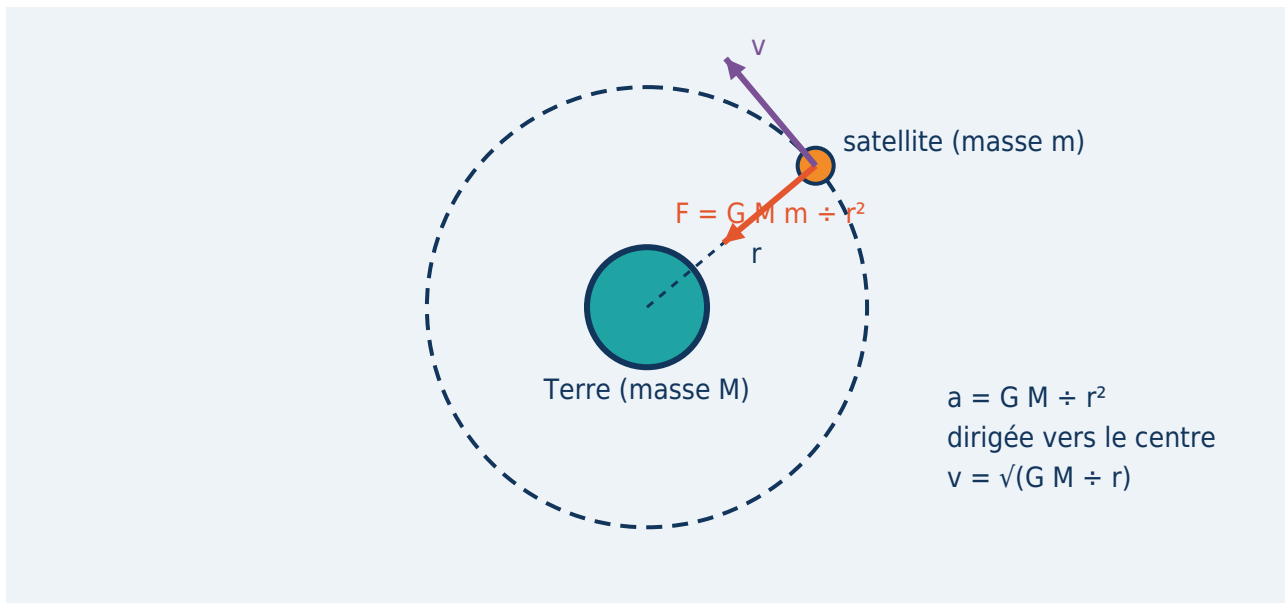
F en N, masses en kg, r en m, constante $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. La force est dirigée selon la droite qui joint les centres.

Un astre de masse M crée en un point situé à la distance r de son centre un **champ gravitationnel** de valeur $g = G M \div r^2$, dirigé vers le centre de l'astre. Pour la Terre ($M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$), la valeur à la surface est $g_0 = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \div (6,38 \times 10^6)^2 = \mathbf{9,78 \text{ N/kg}}$. À 400 km d'altitude, $r = 6,78 \times 10^6 \text{ m}$ et $g = 8,66 \text{ N/kg}$: la pesanteur n'est pas nulle en orbite, elle n'a simplement pas d'effet de « poids » parce que le satellite et ses occupants tombent ensemble.

Le mouvement circulaire d'un satellite

On étudie un satellite de masse m , assimilé à un point, en orbite à la distance r du centre de la Terre, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Il n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre. La deuxième loi de Newton donne $m\mathbf{a} = G M m \div r^2 \mathbf{u}$ (le vecteur $\mathbf{u}$ pointe vers le centre de la Terre) donc $\mathbf{a} = G M \div r^2$, dirigée vers le centre : elle ne dépend pas de la masse du satellite.

Pour une trajectoire circulaire, l'accélération est donc radiale : la composante tangentielle est nulle, la valeur de la vitesse est constante, le mouvement est **circulaire uniforme**. L'accélération vaut alors $v^2 \div r$, d'où $G M \div r^2 = v^2 \div r$.



Satellite en orbite circulaire : force et accélération centripètes, vitesse tangente à la trajectoire.

FORMULE À RETENIR

$$v = \sqrt{G M \div r} ; T = 2\pi r \div v = 2\pi \sqrt{r^3 \div (G M)}$$

v en m/s, T en s, $r = R + h$ en m (distance au **centre** de l'astre, h étant l'altitude), M en kg. Plus l'orbite est haute, plus le satellite est lent et sa période longue.

APPLICATION NUMÉRIQUE

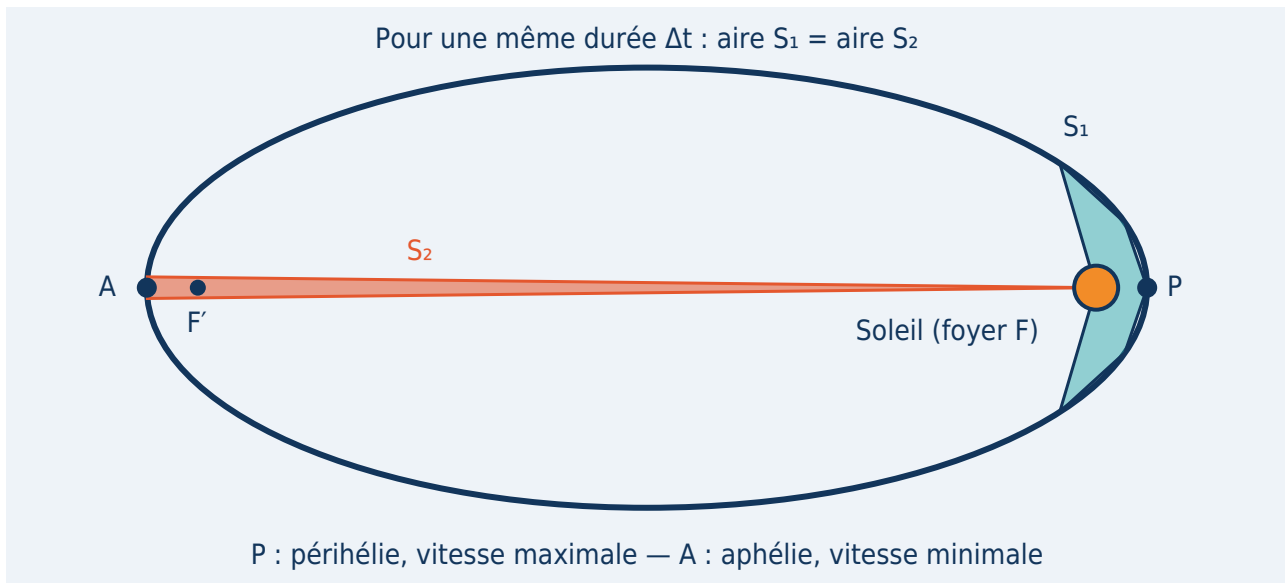
La station spatiale évolue à $h = 400$ km : $r = 6,38 \times 10^6 + 4,0 \times 10^5 = 6,78 \times 10^6$ m.
Avec $G M_T = 3,98 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$: $v = \sqrt{(3,98 \times 10^{14} \div 6,78 \times 10^6)} = \mathbf{7,66 \times 10^3 \text{ m/s}}$ (soit 27 600 km/h). Période : $T = 2\pi \times 6,78 \times 10^6 \div 7,66 \times 10^3 = \mathbf{5,56 \times 10^3 \text{ s}}$, soit 92,6 min : la station fait environ 15,5 tours par jour.

Les trois lois de Kepler

Avant Newton, Johannes Kepler avait résumé les mouvements des planètes en trois lois, valables pour tout astre en orbite autour d'un astre attracteur (Soleil pour les planètes, Terre pour la Lune et les satellites, Jupiter pour ses lunes).

- **1^{re} loi (orbites)** : dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une **ellipse** dont le Soleil occupe l'un des deux foyers.
- **2^e loi (aires)** : le segment qui relie le Soleil à la planète balaie des **aires égales pendant des durées égales**. La planète va plus vite près du Soleil (périhélie) que loin (aphélie).

- **3^e loi (périodes)** : le rapport $T^2 \div a^3$ est le même pour tous les astres qui orbitent autour du même astre ; a est le demi-grand axe de l'ellipse. Pour un cercle, $a = r$, et la relation du paragraphe précédent donne $T^2 \div a^3 = 4\pi^2 \div (G M)$.



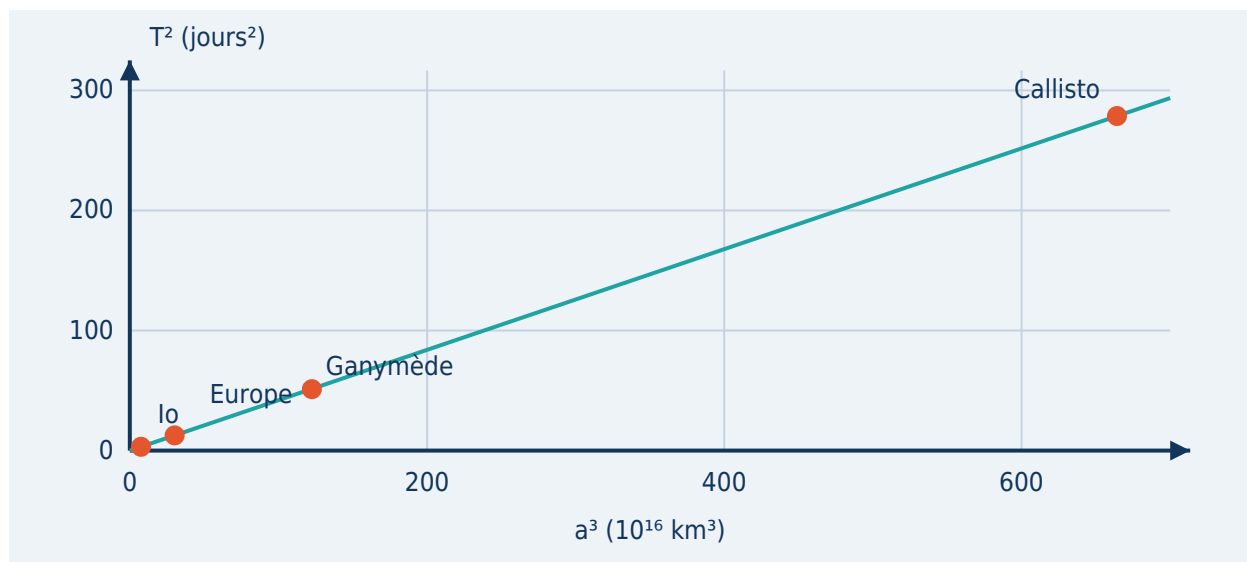
Loi des aires : les deux secteurs colorés sont balayés pendant la même durée et ont la même aire ; le trajet est donc plus long près du Soleil.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Jupiter orbite à $a = 5,20$ ua du Soleil. En unités astronomiques (ua) et années, la Terre donne $T^2 \div a^3 = 1$. Pour Jupiter, $T^2 = 5,20^3 = 140,6$ donc $T = \mathbf{11,9 \text{ ans}}$.

Déterminer la masse de l'astre attracteur

La troisième loi, écrite avec la constante $4\pi^2 \div (G M)$, permet de peser un astre en mesurant la période et le rayon d'orbite d'un de ses satellites : $M = 4\pi^2 a^3 \div (G T^2)$. Pour le Soleil et la Terre ($a = 1,496 \times 10^{11}$ m, $T = 365,25$ j = $3,156 \times 10^7$ s) : $M_s = 4\pi^2 \times (1,496 \times 10^{11})^3 \div (6,67 \times 10^{-11} \times (3,156 \times 10^7)^2) = \mathbf{1,99 \times 10^{30} \text{ kg}}$. La masse du satellite n'intervient pas : on ne peut peser que l'astre central.



Satellites de Jupiter : le carré de la période est proportionnel au cube du demi-grand axe, avec un coefficient directeur d'environ $0,42 \text{ jour}^2$ pour 10^{16} km^3 .

Le satellite géostationnaire

Un satellite est **géostationnaire** s'il reste fixe pour un observateur terrestre. Trois conditions sont nécessaires : son orbite est **circulaire**, dans le **plan équatorial**, parcourue dans le **sens de rotation de la Terre** avec une période égale à la période de rotation sidérale de la Terre, $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s} = 86\,164 \text{ s}$. La troisième loi fixe alors un rayon d'orbite unique.

APPLICATION NUMÉRIQUE

$r^3 = G M_T T^2 \div (4\pi^2) = 3,98 \times 10^{14} \times (86\,164)^2 \div 39,48 = 7,49 \times 10^{22} \text{ m}^3$, d'où $r = \mathbf{4,22 \times 10^7 \text{ m}}$. L'altitude vaut $h = r - R_T = 4,22 \times 10^7 - 6,38 \times 10^6 = \mathbf{3,58 \times 10^7 \text{ m}}$, soit environ 35 800 km. La vitesse est $v = 2\pi r \div T = \mathbf{3,07 \times 10^3 \text{ m/s}}$.

ERREUR FRÉQUENTE

Utiliser l'altitude h à la place de la distance r au centre dans les formules ; penser que la masse du satellite change sa vitesse ou sa période ; affirmer qu'un satellite plus haut va plus vite (c'est l'inverse) ; croire qu'il n'y a plus de pesanteur en orbite.

L'essentiel à retenir

- Force de gravitation : $F = G m_A m_B \div r^2$; champ gravitationnel $g = G M \div r^2$.
- Orbite circulaire : mouvement uniforme, $a = G M \div r^2$ centripète, $v = \sqrt{G M \div r}$, $T = 2\pi \sqrt{r^3 \div (G M)}$.
- Kepler : orbite elliptique avec l'astre attracteur au foyer ; aires égales en durées égales ; $T^2 \div a^3 = 4\pi^2 \div (G M)$.
- On déduit la masse de l'astre central de $M = 4\pi^2 a^3 \div (G T^2)$.
- Satellite géostationnaire : plan équatorial, $T = 86\,164 \text{ s}$, $r = 4,22 \times 10^7 \text{ m}$, $h \approx 35\,800 \text{ km}$.