

Vitesse et accélération

Cours de sciences physiques - niveau Terminale

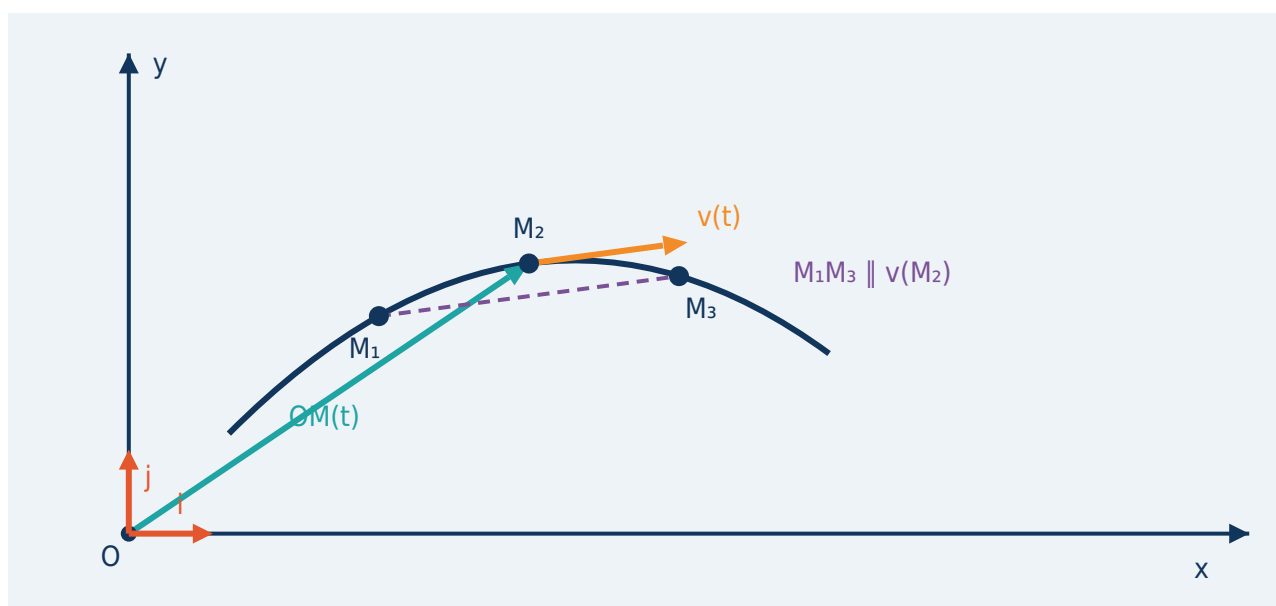
Quand un manège accélère, vous sentez que quelque chose change même si l'aiguille du compteur ne bouge plus : la direction de la **vitesse** évolue, donc il y a de l'**accélération**. En terminale, ces deux grandeurs deviennent des vecteurs, dérivées successives du vecteur position, et décrivent aussi bien un freinage qu'un virage ou un satellite.

Ce cours est à **télécharger en PDF et à imprimer gratuitement** : le bouton se trouve en bas de la page, sans inscription.

Repérer un point : référentiel, repère et vecteur position

Décrire un mouvement n'a de sens que par rapport à un **référentiel** : un solide de référence (la salle, le sol, la Terre...) auquel on associe un repère d'espace et une horloge. On choisit en général un repère orthonormé $(O ; i, j, k)$, où i, j, k sont trois vecteurs unitaires orthogonaux.

La position d'un point M à l'instant t est donnée par le **vecteur position** $\vec{OM}(t) = x(t) i + y(t) j + z(t) k$. Les coordonnées $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ sont les **équations horaires** du mouvement. L'ensemble des positions successives est la **trajectoire**. Les positions s'expriment en mètres (m).



Le vecteur position $\vec{OM}$ relie l'origine au point mobile ; le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, de même direction que la corde M_1M_3 .

Le vecteur vitesse

Entre les instants t et $t + \Delta t$, le point passe de M à M' . Sa **vitesse moyenne** est le vecteur $\overrightarrow{MM'} \div \Delta t$. En faisant tendre Δt vers 0, on obtient la **vitesse instantanée** : c'est la dérivée du vecteur position par rapport au temps.

FORMULE À RETENIR

$$\mathbf{v}(t) = d\overrightarrow{OM}/dt \text{ avec } v_x = dx/dt, v_y = dy/dt, v_z = dz/dt$$

Vitesse en mètres par seconde (m/s) ; norme $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Le vecteur vitesse est **tangent à la trajectoire**, orienté dans le sens du mouvement ; sa norme est la valeur de la vitesse. Sur une chronophotographie où les positions sont repérées à intervalles réguliers Δt , on approche la vitesse en M_i par la corde centrée : $\mathbf{v}(M_i) \approx \overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}} \div (2\Delta t)$.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Un mobile passe de $M_1(0,40 ; 0,30)$ m à $M_3(1,20 ; 0,70)$ m en $2\Delta t = 0,20$ s. Coordonnées : $v_x = (1,20 - 0,40) \div 0,20 = 4,0$ m/s ; $v_y = (0,70 - 0,30) \div 0,20 = 2,0$ m/s. Norme : $v = \sqrt{4,0^2 + 2,0^2} = \sqrt{20} \approx 4,5$ m/s.

Le vecteur accélération : variation de la vitesse

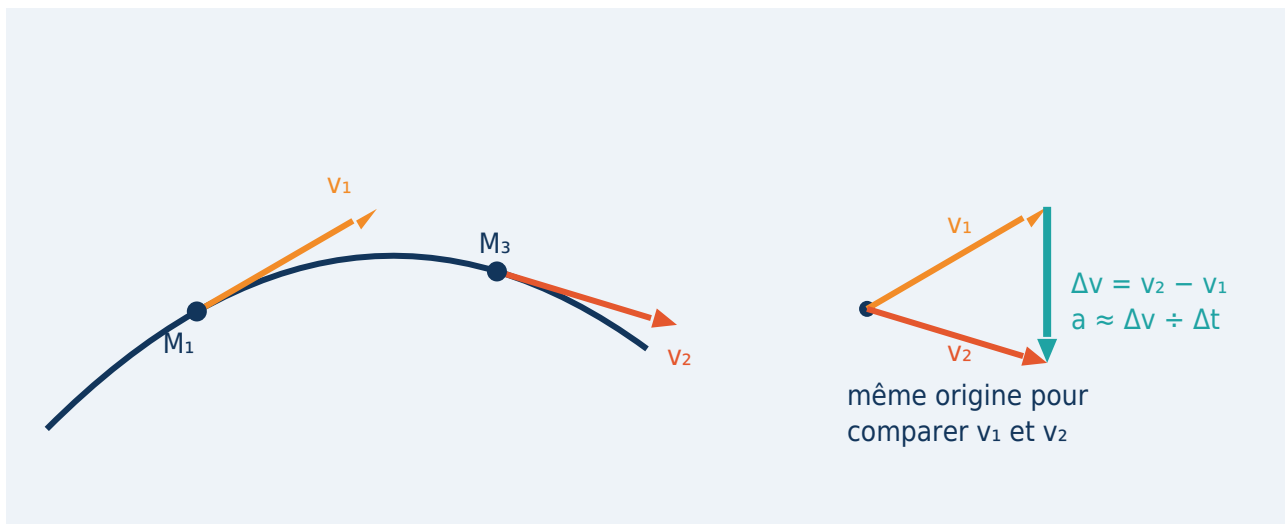
La vitesse change quand sa **norme** ou sa **direction** change. L'**accélération** mesure cette variation : c'est la dérivée du vecteur vitesse, donc la dérivée seconde du vecteur position.

FORMULE À RETENIR

$$\mathbf{a}(t) = d\mathbf{v}/dt = d^2\overrightarrow{OM}/dt^2 \text{ avec } a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2$$

Accélération en mètres par seconde carrée (m/s²) ; norme $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Graphiquement, on place deux vecteurs vitesse $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ à partir d'un même point : le vecteur $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ relie leurs extrémités. L'accélération a la même direction et le même sens que $\Delta\mathbf{v}$: $\mathbf{a} \approx \Delta\mathbf{v} \div \Delta t$. Elle est dirigée vers l'**intérieur de la courbure** de la trajectoire.



La variation de vitesse Δv est dirigée vers l'intérieur de la courbure : c'est la direction du vecteur accélération.

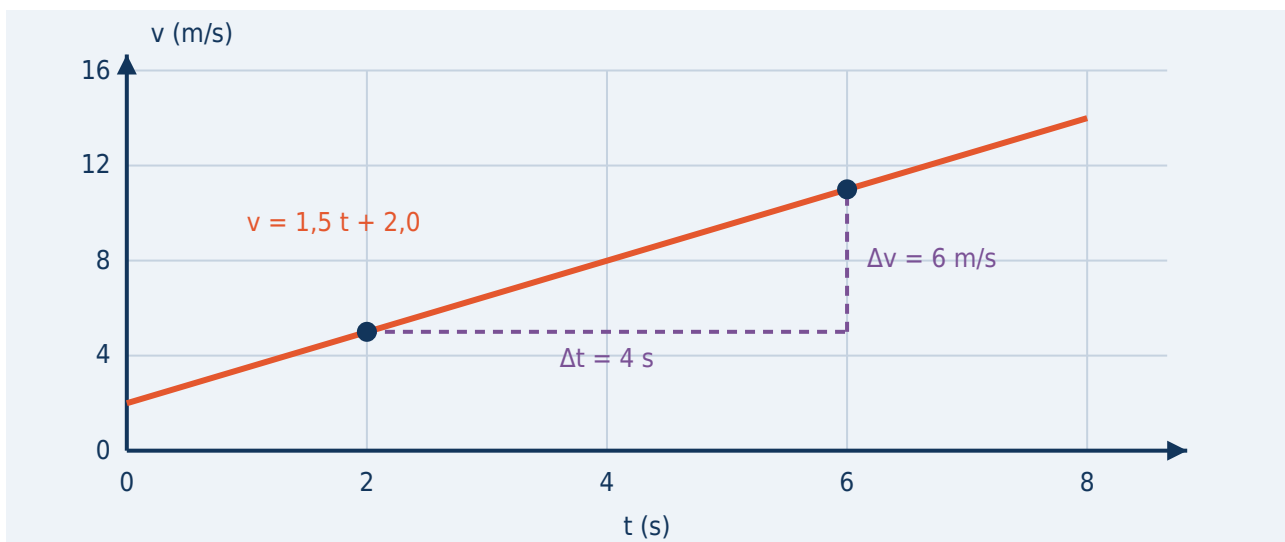
Mouvements rectilignes

Si l'accélération est nulle, la vitesse est un vecteur constant : le mouvement est **rectiligne uniforme** (principe d'inertie), d'équation $x(t) = x_0 + v t$. Si l'accélération est un vecteur constant de même direction que la vitesse, le mouvement est **rectiligne uniformément varié**. Pour une accélération a_x constante, on intègre deux fois, avec les conditions initiales $x(0) = x_0$ et $v_x(0) = v_0$:

FORMULES À RETENIR

$$v_x(t) = a t + v_0 \quad x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

En éliminant t : $v_x^2 - v_0^2 = 2 a (x - x_0)$. Unités : m, s, m/s, m/s².



Mouvement rectiligne uniformément accéléré : $v(t)$ est une droite dont la pente est l'accélération $a = \Delta v \div \Delta t = 6 \div 4 = 1,5 \text{ m/s}^2$.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Une voiture roule à $v_0 = 20 \text{ m/s}$ et freine avec $a = -4,0 \text{ m/s}^2$ (accélération constante).

Elle s'arrête quand $v = 0$: $t = -v_0 \div a = 20 \div 4,0 = \mathbf{5,0 \text{ s}}$. La distance parcourue vaut $d = v_0^2 \div (2 |a|) = 400 \div 8,0 = \mathbf{50 \text{ m}}$.

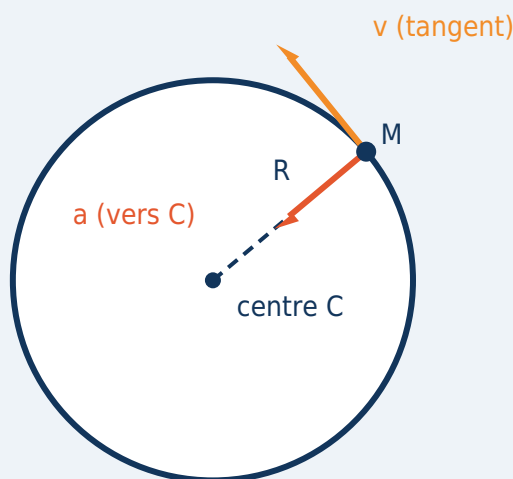
Mouvement circulaire uniforme

Un point décrit un cercle de rayon R à vitesse de norme v constante : le mouvement est **circulaire uniforme**. Bien que v soit constante, la direction du vecteur vitesse change à chaque instant : l'accélération n'est donc **pas nulle**. Dans la base de Frenet ($\mathbf{u}_T$ tangent, $\mathbf{u}_N$ dirigé vers le centre), on montre que :

FORMULE À RETENIR

$$\mathbf{a} = (v^2 \div R) \mathbf{u}_N \quad \mathbf{a}_T = dv/dt = 0$$

a en m/s^2 , v en m/s , R en m . Avec $v = 2\pi R \div T$, on obtient aussi $a = 4\pi^2 R \div T^2$.



Norme de la vitesse constante,
direction qui tourne :

$$a = v^2 \div R \text{ (centripète)}$$

$$\text{Période } T : v = 2\pi R \div T$$

Dans un mouvement circulaire uniforme, la vitesse est tangente au cercle et l'accélération est centripète, de norme $v^2 \div R$.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Un manège de rayon $R = 5,0 \text{ m}$ fait un tour en $T = 8,0 \text{ s}$. Vitesse : $v = 2\pi R \div T = 2\pi \times 5,0 \div 8,0 \approx \mathbf{3,9 \text{ m/s}}$. Accélération : $a = v^2 \div R = 3,93^2 \div 5,0 \approx \mathbf{3,1 \text{ m/s}^2}$, dirigée vers l'axe du manège.

Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Pour un projectile soumis à son seul poids, l'accélération est le vecteur constant $\mathbf{a} = \mathbf{g}$, de coordonnées $(0 ; -g)$ dans un repère à l'axe y vertical vers le haut. Avec une vitesse initiale de norme v_0 faisant l'angle α avec l'horizontale, deux intégrations donnent : $v_x = v_0 \cos \alpha$; $v_y = -g t + v_0 \sin \alpha$; $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$; $y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t$. La trajectoire est une

parabole. Au sommet, $v_y = 0$ mais l'accélération vaut toujours g .

ERREUR FRÉQUENTE

Une accélération nulle ne signifie pas « immobile » (c'est le mouvement rectiligne uniforme), et une vitesse nulle n'implique pas une accélération nulle (sommet d'un lancer vertical). Dans un mouvement circulaire uniforme, l'accélération n'est pas nulle bien que v soit constante.

L'essentiel à retenir

- $\vec{OM}(t) = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$; $\vec{v} = d\vec{OM}/dt$; $\vec{a} = d\vec{v}/dt = d^2\vec{OM}/dt^2$.
- Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire ; sur une chronophotographie, $\vec{v}(M_i) \approx \vec{M_{i-1}M_{i+1}} \div (2\Delta t)$.
- L'accélération est dirigée vers l'intérieur de la courbure ; $a \approx \Delta v \div \Delta t$.
- Mouvement rectiligne uniformément varié : $v = a t + v_0$; $x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$.
- Mouvement circulaire uniforme : $a = v^2 \div R$, vers le centre ; $a_T = 0$.
- Dans un champ uniforme, $a = g$ constante et la trajectoire est une parabole.